

# Untersuchungen über den Lichtwechsel des Veränderlichen *$\alpha$ Cassiopeiae.*

Von Dr. HEINRICH PLATE, Bielefeld.

Die Beobachtung der Helligkeitsschwankungen eines Objekts wie  $\alpha$  Cassiopeiae hat in mehr als einer Hinsicht seine großen Schwierigkeiten. Es sind nicht bloß die Geringfügigkeit und die Unregelmäßigkeit des Lichtwechsels, die eine eingehende Verfolgung des Veränderlichen als wenig aussichtsvoll erscheinen lassen; es fallen vor allem die eigne große Helligkeit von  $\alpha$  Cassiopeiae und seine von den geeigneten Vergleichsternen so sehr verschiedene Farbe als unvermeidliche Quellen von Auffassungsfehlern sofort in die Augen. Um so mehr ist anzuerkennen, daß eine Reihe von tüchtigen Beobachtern auf dem Gebiete der Fixsternphotometrie auch auf diesen Vertreter des Oriontypus ihre Aufmerksamkeit ausgedehnt und ihn auf längere oder kürzere Zeit in ihr Programm aufgenommen haben. Ist doch grade für unsere Breiten  $\alpha$  Cassiopeiae als Zirkumpolarstern ein Objekt, das fast das ganze Jahr hindurch in allen Stundenwinkeln, in allen Lagen zum Dämmerungssegmente zu beobachten ist. Es dürfte demnach keine großen Schwierigkeiten bieten, dichtbesetzte Beobachtungsreihen zu erzielen, wie sie grade für all die Fragen, die Gegenstand der folgenden Untersuchung sein sollen, von ausschlaggebender Bedeutung sind; die Fortsetzung der mir bisher zugegangenen Reihen ist daher sehr zu empfehlen.

Über den ungefähren Charakter der Lichtschwankung von  $\alpha$  Cassiopeiae hatte ich mich schon früher durch Berechnung einer kurzen, mir damals zugänglichen Reihe von J. Plaßmann orientiert und glaubte an verschiedenen Stellen der resultierenden Lichtkurve eine Wiederkehr der Lichtphasen in einer Periode von etwa 26<sup>3</sup> annehmen zu dürfen. Die Durchsicht der A. N. nach Angaben über den Lichtwechsel von  $\alpha$  Cassiopeiae führte dann auf eine



Abhandlung von J. Schmidt in Band 45 der A. N., die meine, aus einer nur so kurzen Reihe gewonnenen Resultate zu bestätigen schien. Inzwischen war mir durch die gütige Vermittlung meines verehrten Lehrers, des damaligen Direktors der Straßburger Sternwarte, Herrn Professor Dr. Becker, ein Verzeichnis des vorhandenen Beobachtungsmaterials zugegangen; außerdem sandten mir die Herren Menze, Landwehr, von Stempel und Hornig ihre Beobachtungsreihen und Herr Professor Dr. Küstner zu Bonn gestattete mir die Abschrift der zahlreichen Beobachtungen von J. Schmidt aus den Originalbeobachtungsbüchern. Es schien mir daher eine nicht undankbare Aufgabe zu sein, im Zusammenhange alle größeren Beobachtungsreihen nach einem, die gefährlichsten Fehlerquellen möglichst eliminierenden Prinzip zu reduzieren, um womöglich einige Gesetzmäßigkeit im Lichtwechsel von  $\alpha$  Cassiopeiae zu konstatieren und damit Anhaltspunkte zu bieten für die Erklärung der Helligkeitsschwankungen. In der vorliegenden Arbeit teile ich zunächst nur die Ergebnisse der Beobachtungen von J. Plaßmann mit.

#### Allgemeine Bemerkungen zur Methode der Reduktion.

Es sei hier kurz das bei allen Beobachtungsreihen angewandte Reduktionsverfahren erklärt und begründet. Alle herangezogenen Helligkeitsbestimmungen beruhen auf Stufenschätzungen. Der schwierigste Punkt, der dem Berechner einer ausgedehnten, nur auf Schätzungen beruhenden Beobachtungsreihe gleich im Anfang entgegentritt, ist die Wahl eines geeigneten, gut begründeten Systems der Vergleichsterne. Man kann zwei grundsätzlich verschiedene Wege einschlagen. Vielfach entnimmt man die photometrisch anderweitig bestimmten Vergleichsterne einem der bekannten Helligkeitskataloge und führt dann die Reduktion in der Weise, daß an die hierdurch definierten Fixpunkte der Helligkeitsskala die einzelnen Beobachtungen mit dem richtigen Vorzeichen angebracht werden.

Den photometrischen Wert, mit dem jede Stufe des Beobachters anzusetzen ist, ermittelt man am einfachsten durch Vergleichung des photometrischen Intervalls zweier Vergleichsterne mit dem aus den Schätzungen indirekt und durch Mittelbildung gewonnenen Stufenintervall. Dieses einfache, rasch zum Ziele führende Verfahren mag unter Umständen ganz angebracht sein, besonders wenn es sich um einen Veränderlichen handelt, dessen Veränderlichkeitsamplitude eine größere Anzahl von Größenklassen umfaßt; es muß aber bei einem Objekte, wie es uns hier beschäftigt, als durchaus unzureichend sich erweisen. Bei nur schwacher Veränderlichkeit des Lichtes erreichen die unvermeidlichen Beobachtungsfehler nahezu die Werte des Lichtwechsels selbst. Da man jedoch darauf angewiesen ist, auch kleinere Schwankungen in den



erhaltenen Helligkeitswerten auf ihre Realität hin zu untersuchen, so könnte es zu den verhängnisvollsten Irrtümern führen, falls man grundsätzlich den Stufenwert ohne Berücksichtigung der Quellen systematischer Änderungen dieses Wertes als konstant betrachteten würde. Bei der Untersuchung der Ursachen solcher Auffallungsschwankungen denkt man zunächst wohl an solche von säkularer Natur. Das Bestehen einer säkularen Schwankung der Stufenweite läßt sich ohne weiteres, auch wenn nicht so viele Beobachtungsreihen sie bestätigen würden, annehmen. Auch in der vorliegenden Arbeit wird der Charakter säkularer Schwankungen der Stufenweite hervortreten; doch wird diesen nur eine untergeordnete Bedeutung beigelegt. Weit gefährlicher nämlich als die säkularen Änderungen, die doch nur langsam sich vollziehen und darum die Lichtkurve nur im Großen fälschen können, ist eine andere Art von Fehlerquellen, die hier eingehend besprochen werden soll, und zwar handelt es sich um den von J. Plaßmann so genannten Pannekockschen Fehler. Um unnötige Umschreibungen zu vermeiden, nennen wir den Variablen  $\alpha$  und die Vergleichsterne  $\beta$  und  $\gamma$ , wobei  $\beta$  heller ist als  $\gamma$ . Bildet man dann aus allen Beobachtungen, bei denen  $\alpha$  an  $\beta$  und  $\gamma$  zugleich angeschlossen war, auf indirektem Wege die Stufendifferenz zwischen  $\beta$  und  $\gamma$ , so stößt man auf Zahlen, die ganz gewaltig um ihren Mittelwert schwanken und dieses selbst dann noch, falls man nur die Beobachtungen heranzieht, bei denen  $\alpha$  mit seiner Intensität zwischen  $\gamma$  und  $\beta$  einzusetzen ist. Noch größer wird die Abweichung, falls auch die Beobachtungen mitberücksichtigt werden, bei denen entweder  $\alpha = \beta$  oder  $\alpha = \gamma$  oder gar  $\alpha > \beta$  oder  $\alpha < \gamma$  geschätzt wurde. Ein kurzer Überblick über den Zahlengang zeigt, daß in dem von uns zuerst charakterisierten Falle  $\beta > \alpha > \gamma$  oder im »Summenfall« der Mittelwert aus allen Ergebnissen  $\beta - \gamma$  sein Maximum erreicht, daß dieser dann in den »Grenzfällen«  $\alpha = \beta$  oder  $\alpha = \gamma$  schon bedeutend kleiner ist und daß gar in den »Differenzfällen«  $\alpha > \beta$  oder  $\gamma > \alpha$  der Mittelwert von  $\beta - \gamma$  oft auf ein Viertel seines Maximalwertes sinkt. Dieselbe Feststellung kann man natürlich auch bei den Stufendifferenzen etwaiger anderer Vergleichsterne machen. Trennt man auch hier den »Summenfall« von den »Grenz- und Differenzfällen«, so sieht man sofort, daß von einer durch Mittelbildung gewonnenen konstanten Stufenkala überhaupt nicht die Rede sein kann, daß vielmehr, je nach der Phase des Lichtwechsels, in der sich der Veränderliche gerade befindet, mindestens drei verschiedene Skalen gleichberechtigt nebeneinander stehen. Trotzdem ist die Scheidung in die drei besagten Fälle nur erst eine Annäherung an die tatsächlichen Verhältnisse. Wenn man das Resultat der bisher herangezogenen Mittelbildungen dahin formuliert, daß die aus den Schätzungen indirekt bestimmte Stufenkala



erheblich anders ausfällt, falls das Beobachtungsmaterial nach den Gesichtspunkten der Summen-, Grenz- und Differenzfälle zusammengefaßt wird, so kommt man leicht zu der Verallgemeinerung, daß die fragliche Stufenkala eine stetige Funktion der wahren Lichtintensität des Veränderlichen ist, also abhängt von einem Element, das gerade das Resultat der ganzen Reduktion sein soll. Ohne eine plausible Annahme über die Bestimmung der Fälle, in denen das Argument der Funktion, also die Lichtintensität des Veränderlichen, den gleichen Wert hat, gelingt es nicht den Verlauf der Funktion empirisch fest zu legen. Nach dem oben Gesagten ist jede Differenz des Veränderlichen gegen einen Vergleichstern, wie sie die Stufenschätzung gibt, abhängig von dem unbekanntem wahren Werte dieser Differenz. Man kann demnach die Stufenzahlen in den Beobachtungsreihen mit vollem Recht als scheinbare Helligkeitsdifferenzen bezeichnen. Wir gehen nun von der Annahme aus, daß bei kleinen scheinbaren Differenzen ohne merklichen Fehler zu einer bestimmten scheinbaren Differenz stets ein und dieselbe wahre Differenz gehört, da kleine Intervalle erfahrungsgemäß stets am sichersten bestimmt werden und auf diese die übrigen systematischen Fehler absolut genommen den geringsten Einfluß haben. Eine einzelne Helligkeitsbestimmung besteht, wenn sie überhaupt zur Ableitung einer Stufenkala herangezogen werden kann, immer aus Anschlüssen an zwei oder mehr Vergleichsterne. Die Beobachtungen interpolieren also den Veränderlichen in das System der Vergleichsterne; Extrapolationen sind wenig geeignet. Unter diesen Verhältnissen muß die wahre Differenz der Helligkeit des Variablen gegen einen bestimmten Vergleichstern am kleinsten sein und es ist anzunehmen, daß dieser kleinsten wahren Differenz auch die kleinste der beobachteten scheinbaren Differenzen entspricht und also die Beobachtungen in den weitaus meisten Fällen den Vergleichstern erkennen lassen, dem der Veränderliche in Wirklichkeit am nächsten kommt mit seiner Helligkeit. Diese kleinste scheinbare Differenz, die wir kurz als den kleinsten Anschluß bezeichnen wollen, wird bei einer geeigneten Wahl des Vergleichsternsystems nur eine kleine Anzahl Stufen betragen, die den Lichtintensitäten in einem Helligkeitsbereich um den betreffenden Vergleichstern entsprechen. Man faßt dann nach dem Gesichtspunkte der kleinsten Anschlüsse das Beobachtungsmaterial zu Gruppen zusammen und leitet dann durch Mittelbildung in jeder einzelnen Gruppe die relativen Helligkeiten der Vergleichsterne bezogen auf den Stern des kleinsten Anschlusses ab. Für jeden Vergleichstern, dem der Veränderliche in seiner Intensität entsprechend nahe kommt, lassen sich solche Gruppen aufstellen und relative Helligkeitswerte entsprechend der Anzahl der Gruppen berechnen. Wie man dann diese für



die einzelnen Vergleichsterne getrennt gefundenen relativen Skalen verbindet zu einer einzigen, für einen festen Nullpunkt geltenden Skala, läßt sich am einfachsten an der Hand von Beispielen bei den Reduktionen auseinandersetzen.

### Beobachtungen von Joseph Plaßmann.

Verschiedene Gründe sprechen dafür, die über fast drei Jahrzehnte sich erstreckende Beobachtungsreihe von J. Plaßmann als die wichtigste und ausschlaggebendste hier zuerst zu besprechen. Rührt sie doch her von einem der geübtesten Beobachter auf dem Gebiete der Veränderlichen; ein weiterer Vorzug, den die Reihe von J. Schmidt mit dieser nicht teilt, ist der Umstand, daß Plaßmann, wo immer es ging, den Veränderlichen an alle Vergleichsterne angeschlossen hat und so grade bei dieser Reihe die notwendige Vorbedingung zum eingehenden Studium der Stufenschwankung gegeben ist.

Die Beobachtungen sind nach der Argelanderschen Methode der Stufenschätzung angestellt und bestehen aus Anschlüssen an  $\beta$ ,  $\gamma$ ,  $\delta$ ,  $\epsilon$  Cassiopeiae. Andere Vergleichsterne sind selten benutzt. Als Beobachtungsinstrument diente ein einfacher Feldstecher. Niedergelegt sind die Beobachtungen in den bekannten Heften der »Beobachtungen veränderlicher Sterne.« Einen größeren Teil der Beobachtungen aus den letzten Jahren stellte mir der Beobachter als Handschrift gütigst zur Verfügung. Es ist zweckmäßig, die ganze Beobachtungsreihe in drei Teile zu zerlegen, die sich durch große Unterschiede in der Auffassung herausheben und in denen auch je ein anderes Instrument gebraucht wurde. Die erste Reihe umfaßt die Beobachtungen von 1881 I 5 bis 1889 XII 27; die zweite und dritte Reihe reichen von 1889 II 19 bis 1894 XI 23 bzw. von 1895 III 18 bis 1907 III 31. Dazu kommt dann noch ein Nachtrag von 1907 IV 2 bis 1909 II 19.

Wie aus den allgemeinen Bemerkungen zu der hier eingeschlagenen Reduktionsmethode hervorgeht, beruht sie im Prinzip auf einer weitgehenden Berücksichtigung der Änderung in der Vergleichsternskala, die abhängig ist von der wahren Intensität des Veränderlichen. Um diese Abhängigkeit bei der vorliegenden Reihe empirisch zu ermitteln, ordnen wir das gesamte Beobachtungsmaterial nach dem Gesichtspunkte der kleinsten Anschlüsse. Die Vergleichsterne sind nach abnehmender Helligkeit angelegt  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\delta$  und  $\epsilon$  Cassiopeiae. Dem hellsten Stern  $\gamma$  wie dem schwächsten  $\epsilon$  kommt der Veränderliche selten so nahe, daß an diese der kleinste Anschluß erfolgt; die Hauptmasse der kleinsten Anschlüsse bezieht sich auf die beiden Vergleichsterne  $\beta$  und  $\delta$ , die also als besonders wichtig unsere Hauptaufmerksamkeit beanspruchen dürfen. Dann stellen wir alle Beobachtungen, die denselben kleinsten Anschluß enthalten, zu-



sammen, z. B. suchen wir alle Beobachtungen aus, in denen  $\beta \circ \alpha$  oder  $\beta \text{ I } \alpha$  u. s. f. geschätzt wurde, während alle übrigen Anschlüsse größer ausfielen. Durch Mittelbildung finden sich dann die Stufen-differenzen  $\gamma-\beta$ ,  $\beta-\delta$  und  $\delta-\varepsilon$  und zwar verschieden für die verschiedenen Arten der kleinsten Anschlüsse. Um gleich die Wege zu ebnen für die Untersuchung einer säkularen Schwankung der Stufenweite, nehmen wir nicht ein Gesamtmittel, sondern berechnen die Stufendifferenzen für die einzelnen Jahre getrennt. Die Ergebnisse der Rechnungen finden sich in der folgenden Tafel zusammengestellt; man findet den Verlauf der Funktion, nämlich der Stufen-differenzen  $\gamma-\beta$ ,  $\beta-\delta$  und  $\delta-\varepsilon$  getrennt tabuliert, um die stetige Änderung dieser Größen hervortreten zu lassen; die Argumente der Tafel sind der kleinste Anschluß und die Jahreszahl. Der Gebrauch der Tafeln ist demnach recht einfach. So entnimmt man ihr z. B., daß für das Jahr 1897 aus allen Beobachtungen, bei denen  $\alpha \text{ 3 } \delta$  als der kleinste Anschluß auftrat, im Mittel  $\gamma-\beta=0.9$ ;  $\beta-\delta=6.4$  und  $\delta-\varepsilon=2.5$  gefunden wurden. Für den nächstgrößeren »kleinsten Anschluß«  $\alpha \text{ 4 } \delta$  ergeben sich die Werte  $\gamma-\beta=0.4$ ,  $\beta-\delta=8.8$ ,  $\delta-\varepsilon=2.4$ .

Nach den Angaben der Tafel läßt sich das Verhalten einer Vergleichsterndifferenz etwa so charakterisieren. Ist ein Veränderlicher seiner Helligkeit nach zwischen zwei Vergleichsterne einzuschalten, so erreicht das indirekt beobachtete Stufenintervall dann sein Maximum, wenn der Veränderliche von beiden Vergleichsternen um denselben Wert sich unterscheidet. Nähert sich der Veränderliche durch Zunahme oder Abnahme seines Lichtes dem helleren oder schwächeren der Vergleichsterne, so ändert sich symmetrisch die Stufendifferenz zu kleineren Werten, ist also ungefähr gleich groß, wenn der Veränderliche dem einen oder dem andern der Vergleichsterne gleich zu setzen ist. Steht der Veränderliche mit seiner Helligkeit außerhalb dieses Intervalls der Vergleichsterne, so ist er damit in das Intervall eines anderen Vergleichsternpaares eingetreten, für das dann dieselben Verhältnisse des Wachstums der Differenz gelten. Die beiden Vergleichsternpaare haben natürlich eine Komponente gemeinsam. Die Größe des vom Veränderlichen verlassenen Intervalls wird fortwährend geringer, und da es sich hierbei um Extrapolationen handelt, werden die Werte der Differenzen auch unsicherer, während man bei der ersten Berechnung aus dem Beobachtungsmaterial für das den Veränderlichen enthaltende Intervall auch in dem Einzelwert eine große Sicherheit konstatieren kann. Was schließlich die säkularen Schwankungen in den Differenzen angeht, so sieht man, daß diese allerdings vorhanden sind und bei allen Differenzen und Arten der kleinsten Anschlüsse im gleichen Sinne sich finden, daß aber ihre Amplituden im Verhältnisse zu der durch Änderung der wahren Helligkeit hervor-



TAFEL Ia. Jahres-

Kleinfst. A	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1889	1890	1891	1892
$\alpha$ 3 $\beta$	6.3			6.9	6.8	6.9	6.0					
2	4.8	5.0	5.6	5.6	5.5	6.1	6.4	5.5				
1	3.5		4.6	5.7		5.3	4.7	5.4				
$\beta$ 0 $\alpha$	1.5	3.0	3.0	3.5	3.0	3.8	4.5	3.8	5.0	5.0	5.7	
1	2.5				2.5		2.8	2.7	3.5			4.3
2						2.8	2.5	1.6	2.9	3.0	2.5	3.3
3							2.5		1.0	1.0	2.1	1.6
4										1.1	1.3	1.0
$\alpha$ 4 $\delta$									0.3	0.7	0.9	0.5
3									1.5	0.6	0.8	0.4
2								1.5	2.1	1.6	0.3	1.5
1								2.0	2.0	1.4		1.6
$\delta$ 0 $\alpha$									2.5	1.0	0.8	0.6
1										1.3	0.0	0.8

TAFEL Ib. Jahres-

Kleinfst. A	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1889	1890	1891	1892
$\alpha$ 3 $\beta$				2.0		1.9	0.8					
2				1.5		1.9	1.0	3.0				
1	2.6		2.0	2.0		2.6	2.8	3.8				
$\beta$ 0 $\alpha$	2.0	2.0	5.0	3.0	4.0	2.6	3.3	3.5	3.0	2.0	4.3	
1	3.5				7.0		4.4	4.4	3.5			5.0
2					5.5	6.2	6.0	5.7	5.2	4.8	6.8	5.2
3							6.7	7.0		6.5	7.4	7.8
4										8.5	8.5	9.0
$\alpha$ 4 $\delta$									9.3	8.4	8.7	9.3
3									6.5	7.4	7.5	7.7
2								6.0	5.4	5.7	7.0	5.8
1								4.0	4.4	4.5		4.6
$\delta$ 0 $\alpha$									3.0	4.3	4.5	4.9
1										2.9	4.0	3.4

TAFEL Ic. Jahres-

Kleinfst. A	1882	1883	1884	1885	1886	1887	1888	1889	1889	1890	1891	1892
$\alpha$ 3 $\beta$							2.3					
2							1.7	0.0				
1	1.5							1.3				
$\beta$ 0 $\alpha$							1.5	2.0	1.0	3.0	1.5	
1							1.6	1.8	3.0			2.0
2								1.7	1.5	2.6	2.0	2.2
3									1.5	1.8	1.8	2.0
4										1.1	1.7	1.5
$\alpha$ 4 $\delta$									2.0	1.6	1.6	2.0
3									2.3	2.2	2.7	2.6
2								3.3	3.6	3.4	3.8	3.5
1								4.0	4.0	4.3		4.3
$\delta$ 0 $\alpha$									5.0	4.7	5.2	5.5
1										5.7	7.0	5.8



mittel für  $\gamma - \beta$ .

1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
			7.4	6.5	6.8		6.8	7.7	6.5	7.7	7.3	7.3	6.0
		6.5	6.3	6.0	5.2	5.5	5.0	5.0		5.7	6.0	6.3	6.1
		6.0	6.0	4.0	4.0		5.5	5.3	6.5	4.7	4.5	6.0	6.0
4.2	3.8	4.0	3.6	4.2	4.2	4.7	4.2	4.2	4.2	4.3	4.4	4.6	4.6
2.4											2.7		3.7
1.8	1.0	1.9	3.5	2.3		1.8	1.0	2.5	1.9		2.3	2.6	2.6
0.0	1.3	0.1	1.3	1.3	1.1	0.9		0.9	1.6	1.3	1.4	1.5	1.9
0.1	0.4		0.7	0.7	0.4			0.2		0.9	0.6	0.5	1.0
0.0	0.2		0.3	0.4		0.5	0.8	0.5		0.7	0.8	0.9	0.9
0.5	0.8		1.5	0.9				0.5	1.0	1.5	1.0	0.7	1.5
1.0													
1.3	0.0												
0.6	0.5												
1.1	0.8												

mittel für  $\beta - \delta$ .

1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
			1.0	2.5	1.0		1.7	1.5	1.0	1.7	0.9	2.0	2.0
		2.5	3.5		2.7	2.5	2.0	1.5		3.0	2.8	2.8	2.8
		3.0	2.5	4.5	4.5		3.0	3.8	2.5	3.7	3.0	4.5	5.0
3.3	3.0	4.0	4.1	4.5	4.6	3.1	3.9	4.6	4.5	4.8	4.4	4.0	4.4
4.5											5.8		5.3
5.7	5.0	6.2	6.2	6.2		7.0	7.2	6.2	6.0		6.9	6.4	6.3
6.5	6.2	7.1	8.3	7.3	7.4	7.5		7.2	7.1	7.4	7.5	7.5	7.6
8.6	8.8		8.8	8.9	9.1			8.8		8.7	8.9	8.3	8.3
8.3	8.5		8.3	8.8		8.8	9.0	8.5		8.5	8.4	8.5	8.5
7.0	6.8		7.0	6.4				6.9	6.0	6.6	7.2	7.7	6.0
5.7													
3.5	5.3												
3.9	4.6												
2.9	3.0												

mittel für  $\delta - \epsilon$ .

1893	1894	1895	1896	1897	1898	1899	1900	1901	1902	1903	1904	1905	1906
			3.0		2.8		2.3	2.8	2.5	2.3	2.6	1.8	
		2.5	2.5		1.8	1.4	3.0	2.5		2.0	0.8	1.5	2.4
		3.0	3.5	2.5	2.5		3.0	2.3	3.5	2.3	1.5	1.5	
1.8	3.5	3.2	2.5	2.5	1.7	2.5	3.0	1.9	1.9	1.5	2.3	2.0	2.3
2.3											2.2		2.7
1.8	2.3	1.4	2.2	2.3		1.8	1.6	2.5	2.0		1.7	2.3	2.4
2.0	2.3	2.0	2.0	2.5		1.9	1.6	1.9	2.6	2.4	2.0	2.2	2.1
1.3	1.3		2.3	2.3	1.7			1.9		2.0	2.1	1.8	1.9
1.3	1.3		2.0	2.4		2.3	1.5	2.5		1.8	2.6	1.6	2.6
2.6	2.2		2.5	2.5				2.5	3.5	3.2	2.5	3.0	3.0
2.8													
4.5	4.5												
4.5	4.6												
5.5	5.8												



gerufenen recht klein ausfallen. Es schien daher genügend, zur Berücksichtigung säkularer Auffassungsunterschiede das Beobachtungsmaterial in die vier oben genannten Zeitabschnitte zu zerlegen und jede Reihe getrennt zu behandeln. Wir kommen auf die erste Tafel noch zurück, um später die Kurve der säkularen Schwankung bei unfrem Beobachter mit den aus der Berechnung anderer Veränderlichen berechneten Werten desselben Beobachters zu vergleichen.

Die folgende Tafel Nr. II gibt den Mittelwert der Vergleichstern-differenzen geordnet nach den kleinsten Anschlüssen für die ersten drei Zeitabschnitte getrennt, für den Nachtrag wurden keine besonderen

Tafel II.

Kleinst. A	I. Reihe			II. Reihe			III. Reihe		
	$\gamma-\beta$	$\beta-\delta$	$\delta-\varepsilon$	$\gamma-\beta$	$\beta-\delta$	$\delta-\varepsilon$	$\gamma-\beta$	$\beta-\delta$	$\delta-\varepsilon$
$\gamma$ 0 $\alpha$							4.0	0.5	1.5
1							4.2	2.8	1.5
2							5.7	1.2	2.4
3							7.0	1.0	1.8
4							9.0	0.0	2.0
$\alpha$ 5 $\beta$							10.0	0.0	2.0
4							8.2	1.0	2.1
3	4.6	1.5	2.5	6.5	1.0	2.5	6.9	1.5	2.1
2	4.7	1.9	0.8				5.9	2.6	2.1
1	4.9	2.6	1.5				5.5	3.6	2.4
$\beta$ 0 $\alpha$	5.2	5.2	1.7	4.7	5.6	2.1	4.2	4.2	2.5
1	2.5	4.8	1.7	3.5	4.6	2.1	2.8	5.5	2.4
2	2.5	5.8	1.7	2.4	5.6	2.1	2.1	6.4	2.1
3	1.8	6.9	1.5	1.5	6.8	2.0	1.5	7.4	2.1
4				0.8	8.7	1.4	0.6	8.7	1.9
5							0.5	10.0	2.5
$\alpha$ 4 $\delta$				0.5	8.7	1.6	0.6	8.5	2.0
3				0.8	7.1	2.7	1.1	6.7	2.8
2	1.5	6.0	5.5	1.5	5.9	5.4			
1	2.0	4.0	4.0	1.2	4.5	4.5			4.5
0				1.0	4.2	4.9	0.9	4.7	5.5
$\delta$ 1 $\alpha$				0.8	3.2	5.9	0.5	3.5	7.0
2				0.5	3.5	7.5	1.0	2.5	6.8
3				0.5	2.0	7.4			8.0
4				0.1	1.5	8.5	0.4	1.4	8.0

Werte der Differenzen berechnet, sondern kurzerhand die Reduktion an die Stufenkalen des dritten Zeitabschnitts angeschlossen. Bei der Bildung der Mittelwerte wurde übrigens etwas auf das Gewicht jedes Jahresmittels Rücksicht genommen.



Die vorstehende Tafel gibt zunächst nur Helligkeitsdifferenzen, also relative Helligkeiten, falls man die Helligkeit eines beliebigen Vergleichsterns gleich Null setzt. Man kann z. B. in all den Fällen, wo der kleinste Anschluß an  $\delta$  erfolgte,  $\delta=0$  setzen; es resultiert dann für diesen Bereich eine Stufenkala, die aus den Beobachtungen selbst gewonnen wurde und sich diesen am engsten anschließt. Die kleinsten Anschlüsse an  $\beta$  definieren einen zweiten Bereich, in dem eine Stufenkala, bezogen auf  $\beta$  als Fixpunkt, gewonnen werden kann. Würden auch kleinste Anschlüsse an  $\gamma$  und  $\varepsilon$  vorkommen, so gilt für diese daselbe. Zur Ableitung der einheitlichen für alle vorkommenden Phasen des Lichtwechsels zu gebrauchenden Stufenkala hat man zwischen den einzelnen Fixpunkten eine Verbindung herzustellen und die auf die einzelnen Vergleichsterne bezogenen Skalen an einander anzuschließen. Suchen wir uns den Gedankengang, der hier zum Ziele führt, an den zahlenmäßig gegebenen Beispielen klar zu machen. Für den zweiten Zeitabschnitt 1889 II. 19 bis 1894 XI. 23 entnehmen wir der Tafel II, daß für den kleinsten Anschluß  $\alpha \circ \delta$  gilt  $\beta-\delta = 4.2$ ,  $\gamma-\beta = 1.0$  und  $\delta-\varepsilon = 4.9$ . Setzt man  $\delta=0.0$ , so erhalten wir als Stufenkala  $\gamma=5.2$ ,  $\beta = 4.2$ ,  $\delta = 0$ ,  $\varepsilon = -4.9$ . Nimmt der Veränderliche an Helligkeit zu, so durchläuft der kleinste Anschluß an  $\delta$  die Werte bis zu  $\alpha 4 \delta$ . Für diesen kleinsten Anschluß leitet man aus den Differenzen die zugehörige Skala ab  $\gamma=9.2$ ,  $\beta=8.7$ ,  $\delta=0.0$ ,  $\varepsilon=-1.6$ . Die wahre Helligkeitszunahme des Veränderlichen hat also eine scheinbare Helligkeitszunahme aller Vergleichsterne außer  $\delta$  zur Folge; so wächst in dem oben angegebenen Intervall  $\gamma$  scheinbar von dem Werte 5.2 zu 9.2,  $\beta$  von 4.2 auf 8.7,  $\varepsilon$  von  $-4.9$  auf  $-1.6$ . Der nächste auf  $\alpha 4 \delta$  folgende und einer Lichtzunahme des Veränderlichen entsprechende kleinste Anschluß erfolgt an  $\beta$ , nämlich  $\beta 4 \alpha$ ; für diesen Anschluß ist  $\beta-\delta=8.7$ , es liegt also die scheinbare Helligkeit von  $\delta$  um 8.7 Stufen niedriger als die von  $\beta$ . Bei dem Übergang von  $\alpha 0 \delta$  zu  $\alpha 4 \delta$  hatte  $\beta$  bereits die scheinbare Helligkeit 8.7 erreicht; mit dem Anschluß  $\beta 4 \alpha$  übernimmt  $\beta$  die Rolle des Fixpunktes, bezogen auf den die Stufenkalen anzusetzen sind.  $\beta$  bleibt also so lange auf dem Helligkeitswerte 8.7 stehen, als die kleinsten Anschlüsse an ihn erfolgen, während die anderen Vergleichsterne, jetzt auch das vorher feste  $\delta$ , eine scheinbare Helligkeitszunahme erfahren. Aus den einzelnen Differenzbestimmungen ergab sich, daß statt 8.7 für  $\beta$  besser der feste Wert 9.0 angesetzt werden kann. Die kleinsten Anschlüsse an  $\beta$  laufen in dem betrachteten Zeitabschnitte von  $\beta 4 \alpha$  bis  $\alpha 3 \beta$ , umfassen also ein Intervall von 7 Stufen, in denen ständig  $\beta=9.0$  zu setzen ist. Hieraus ergibt sich leicht die Aufstellung der zugehörigen Stufenkalen. Für  $\beta 0 \alpha$  z. B. gibt Tafel II folgende Differenzen  $\gamma-\beta = 4.7$ ,  $\beta-\delta = 3.6$ ,  $\delta-\varepsilon = 2.1$ . Die daraus abgeleitete



und zur Reduktion benutzte Stufenskala oder die scheinbaren Helligkeiten der Vergleichsterne sind dann  $\gamma=13.7$ ,  $\beta=9.0$ ,  $\delta=5.4$ ,  $\varepsilon=3.3$ . In dieser Weise ist die folgende Tafel Nr. III entstanden, die eine unmittelbare Ableitung der Helligkeit des Veränderlichen gestattet und die man auch als Tafel der scheinbaren Helligkeit der Vergleichsterne bezeichnen kann.

### Tafel III.

Scheinbare Helligkeiten der Vergleichsterne.

Kl. A	$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$\varepsilon$	$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$\varepsilon$	$\gamma$	$\beta$	$\delta$	$\varepsilon$
$\gamma$ 0 $\alpha$									20.0	16.0	15.5	15.0
1									20.0	15.8	13.0	11.5
2									20.0	14.3	13.1	10.7
3									20.0	13.0	12.0	10.2
4									20.0	11.0	11.0	9.0
$\alpha$ 5 $\beta$									20.0	10.0	10.0	8.0
4									18.2	10.0	9.0	6.9
3	13.6	7.0	5.5	3.2	15.5	9.0	8.0	5.5	16.9	10.0	8.5	6.4
2	12.7	7.0	5.1	4.3					15.9	10.0	7.4	5.3
1	11.9	7.0	4.4	3.1					15.3	10.0	6.4	4.0
$\beta$ 0 $\alpha$	10.2	7.0	3.8	2.1	13.7	9.0	5.4	3.3	14.2	10.0	5.8	3.5
1	9.5	7.0	2.2	0.5	12.3	9.0	4.4	2.3	12.8	10.0	4.5	2.1
2	9.3	7.0	1.2	-0.5	11.4	9.0	3.4	1.5	12.1	10.0	3.6	1.5
3	8.8	7.0	0.1	-1.4	10.3	9.0	2.2	+0.2	11.3	10.0	2.6	0.5
4					9.8	9.0	0.3	-1.1	10.6	10.0	1.3	-0.6
5									10.3	10.0	0.0	-2.3
$\alpha$ 4 $\delta$					9.2	8.7	0.0	-1.6	9.1	8.5	0.0	-2.0
3					7.9	7.1	0.0	-2.7	7.8	6.7	0.0	-2.8
2	7.5	6.0	0.0	-3.3	7.2	5.9	0.0	-3.4			0.0	
1	6.0	4.0	0.0	-4.0	5.7	4.5	0.0	-4.3	5.5		0.0	-4.5
0					5.2	4.2	0.0	-4.9	5.6	4.7	0.0	-5.5
$\delta$ 1 $\alpha$					4.0	3.2	0.0	-5.9	4.0	3.5	0.0	-7.0
2					4.0	3.5	0.0	-7.3	3.3	2.5	0.0	-6.8
3					2.5	2.0	0.0	-7.4	2.0		0.0	-8.0
4					1.6	1.5	0.0	-8.5	1.8	1.4	0.0	-8.0

Man hat die Anschlüsse eines Beobachtungslages auf den kleinsten Anschluß zu untersuchen, die zu diesem kleinsten Anschluß gehörende Stufenskala der Tafel III zu entnehmen und an die dort gefundenen scheinbaren Helligkeiten der Vergleichsterne die geschätzten Stufendifferenzen in dem richtigen Sinne anzubringen. Das Mittel der aus den einzelnen Anschlüssen folgenden Helligkeitswerte muß als das Ergebnis eines Beobachtungslages angefahren werden.



Da es sich hier darum handelt, zunächst einmal die Realität einer kurzperiodischen Schwankung zu untersuchen, so ging es nicht an, aus einer Anzahl von Ergebnissen wiederum einen Mittelwert zu ziehen. Die Resultate wurden dann auch unmittelbar zur Ableitung der Lichtkurve in ein Koordinatennetz eingetragen, und unter möglicher Berücksichtigung der Gewichte wurde die Lichtkurve berechnet, die mit den Beobachtungswerten die kleinsten Fehler übrig ließ. Es wurden nur solche Teile zur Ableitung der Lichtkurve benutzt, die dicht genug besetzt waren, daß auf die mutmaßliche Periode immer mehrere Beobachtungen kamen. Sucht man sich nun an der Hand der gewonnenen Lichtkurve über den Charakter des Lichtwechsels von  $\alpha$  Cassiopeiae, wie er aus den Beobachtungen von J. Plaßmann sich ergibt, zu orientieren, so kommt man zu dem nämlichen Urteil, das Jul. Schmidt über seine eignen Beobachtungen und Rechnungen unfers Veränderlichen angab. Wollte man dem Veränderlichen nur langsame unregelmäßige Schwankungen zugestehen, so müßte man den einzelnen Beobachtungen Fehler zuschreiben, die in ihrer Größe und Häufigkeit bei einem Beobachter wie Plaßmann wohl mehr als auffallend wären. Zudem tragen dann die Abweichungen gar nicht mehr den Charakter zufälliger Fehler; die Zeichenfolgen würden die Zeichenwechsel an Zahl bedeutend übertreffen. Will man darum den einzelnen Beobachtungen mehr Rechnung tragen, so resultiert als Lichtkurve eine scharf markierte Wellenlinie mit durchweg scharfen Minimis, eine Kurvenform, für die sich bereits J. Schmidt bei seinen Beobachtungen entschied. Ein weiterer Umstand, der die Realität kurzperiodischer Schwankungen wahrscheinlich macht, ist die Tatsache, daß die bei Jul. Schmidt resultierende Periodenlänge bei der Reihe von J. Plaßmann in ihrer ganzen Ausdehnung sich wiederfindet. Am wichtigsten jedoch dürfte es sein, bei den Reihen verschiedener Beobachter die zeitliche Koinzidenz der Extremwerte nachzuweisen. Die Fälle, in denen es mir gelungen ist, bestimmte Maxima und Minima bei zwei oder mehreren Beobachtern nachzuweisen, sollen in einer Fortsetzung der Arbeit berücksichtigt werden.

Die folgende Tafel IV enthält die Zusammenstellung aller aus den Beobachtungen von J. Plaßmann abgeleiteten Extremwerte mit ihren Epochen. Neben dem Julianischen Tage eines jeden Extremwertes ist durch die Gewichtsanzahl die Genauigkeit ausgedrückt, mit der diese Epoche der Kurve entnommen werden konnte. Die folgende Spalte enthält für einzelne Extremwerte zur vorläufigen Orientierung die unmittelbaren Differenzen oder ihre geeigneten Teile. Unter Bemerkungen wurden etwaige Besonderheiten im Verlauf der Kurve und ähnliche Angaben gemacht.



## Tafel IVa.

Epochen der MAXIMA von  $\alpha$  Cassiopeiae  
nach den Beobachtungen von J. PLASSMANN.

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
1	2 408 676	4		Gut bestimmtes Maximum.
	697	1	21	Kurve unsicher.
	726	4	29	Gut ausgeprägt.
	750	1	24	Unsicher; schwach besetzt.
5	2 409 973	2		Ziemlich gut bestimmt.
	2 410 287	4		Gut bestimmt.
	344	4	28.6	"
10	406	1		Sehr unsicher; erkennbar.
	482	2	27.5	Gutes Maximum.
	535	1	26.5	Unsicher bestimmt.
	575	5		Sehr sicher bestimmt.
	654	2	26.3	Ziemlich deutlich erkennbar,
15	781	2		" " "
	872	2		" " "
	917	5	22.5	Sehr gut bestimmt.
	947	4	30	Gutes Maximum.
	974	3	30	
	2 411 009	3	35	
20	053	1	22	Bestimmung unsicher.
	085	2	32	
	261	2		
	326	2		
	353	4	27	Gutes Maximum.
25	406	4	26.5	"
	634	4		Gut besetzt; Periode in Minimis gut.
	679	1	22.5	
	745	4		Hohes Maximum, aufft. u. abft. gut b.
	857	4		Gut; Kurve im säkularen Minimum.
30	2 412 042	4		Scharf ansteigend, gut besetzt.
	149	2		
	306	4		Kurve sehr sicher, gutes Maximum.
	334	4	28	Anstieg gut besetzt, sehr sicher.
	428	2		
35	458	2	30	
	554	2		Etwas unsicher, gutes folg. Min.
	579	3	25	Mäßig besetzt, Konf. gut.
	630	4	25.5	Kurve flach im Maximum.
	673	4	22.5	Kurve sicher.
40	833	4		
	867	4	34	Sicherer Kurvenverlauf.
	956	4		
	975	2	19	Deutlich, schwach besetzt.
	2 413 445	4		Sehr gutes Maximum.
45	470	2	25	
	526	4	28	Aufsteigender Ast gut besetzt.
	560	2	34	Schwache Besetzung.
	594	1	34	



## Epochen der MAXIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
50	2 413 724	2		Kurve im säkularen Maximum.  Kurvenverlauf deutlich. Absteigender Alt gut besetzt.
	750	2	26	
	790	1		
	822	4	36	
	850	4	28	
55	928	4		Auf- und abst. mäßig besetzt.
	960	2	32	
	982	2	22	
	2 414 030	1	24	
60	058	1	28	} Zwei Max. schließen ein Min. } ein, gut besetzt.  Deutliche kurzper. Wellen.
	130	2		
	157	3	27	
	205	3	24	
	229	2	24	
	244	3		
	372	1		
65	456	1		} Äußerst schwach besetzt. Beginn einer Reihe deutlicher kurzper. Schwankungen.
	491	3	35	
	507	1		
	525	3		
	544	4		
70	604	4	30	Rascher Anstieg vom Minimum. Datierung unsicher. Beginn deutlicher Wellen.
	2 415 281	1		
	471	2		
	497	3	26	
75	513	3		Kurzes Aufleuchten. Aufsteigender Alt gut. Ruhiger Verlauf bei mäßiger Besetzung.
	574	4		
	588	3		
	620	3	32	
	650	2	30	
	674	2	24	
80	694	2	20	
	785	1		
	810	4	25	
	2 416 046	2		
	080	2	34	
85	259	4		
	289	4	30	
	308	2		
	346	2	28,5	
	374	2	28	
90	395	3	21	
	473	3		
	504	3	31	
	587	2		
	658	3		
95	742	1		Auf- und Abstieg gut. Ausgeprägte Kurvenform
	772	2	30	
	929	4		
	2 417 013	4	31,3	
	043	4	30	



### Epoche der MAXIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
100	2 417 074	2	31	Kurzes Aufleuchten. Unficher datiert.
	155	3	30.5	
	166	2	31	
	273	4		
	304	2	31	
105	415	4		Geringe Amplitude.
	495	1		
	584	3		
	658	2	27	
	708	1	35	
110	850	3		
	846	3		
	900	2		
	940	4		
	2 418 145	4		
115	194	2	26	
	210	1		
	220	1		
	231	2	37	
	252	4	31	
120	301	2	24.5	
	320	2		
	325			
	330	2	29	

### Tafel IVb.

Epochen der MINIMA von  $\alpha$  Cassiopeiae  
nach den Beobachtungen von J. PLASSMANN

Lfd. Nr.	Epochen	G	Periode	Bemerkungen.
1	2 408 792	2		Datierung etwas unficher.
	2 409 946	4		
	2 410 307	4		
5	471	4		Ziemlich gut bestimmt. " " "
	560	2		
	595	4	35	
	641	2	24	
	756	2		
10	854	4		Etwas unficher.
	893	1	39	
	923	2	30	
	2 411 026	1		
	155	2		
15	300	4		Sehr unficher. Flacher Verlauf der Kurve.
	322	1	22	
	273	4		
	304	4	31	
	329	4	25	



## Epochen der MINIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen
20	2 411 349	3	20	Aufsteigender Alt gut.
	393	3		Flaches Minimum.
	412	3		Scharfes Minimum.
	506	2	31.5	Deutlich, schwach besetzt.
	626	4		
25	652	1	26	Kurve unsicher.
	688	1	36	
	709	2	21	Scharfes Minimum.
	753	3	24	
	862	3		Kurve im säkularen Minimum.
30	2 412 036	4		Gut besetzt.
	089	3	21.5	Aufsteigender Alt angedeutet.
	161	1		
	183	4	22	Tiefes Minimum.
	325	5		
35	446	3		
	551	2		Kurve etwas unsicher.
	567	5		
	587	3	36	Absteigender Alt gut.
	620	2	33	
40	641	3	21	
	680	4		
	827	4		
	844	3		Amplitude gering.
	918	4		Kurve fällt säkular.
45	963	1	22.5	Isolierte Bestimmung.
	2 413 429	4		Absteigender Alt gut bestimmt.
	463	4	34	
	512	3	24.5	Dopp. Periode; Zwischenminimum
	543	2	31	Schwache Besetzung. [angedeutet.
50	691	2		Tiefes Minimum, mäßig besetzt.
	804	2		
	838	2	34	Geringe Amplitude, gut ausgeprägt.
	868	2	30	
	916	2	24	Doppelte Periode.
55	945	2	29	Kurve flach, aber sicher.
	970	2	25	
	2 414 013	2	21.5	Doppelte Periode; aufst. Alt gut.
	048	1	30	
	142	3		Scharf, gut besetzt.
60	175	2	33	
	223	1		
	237	3		Scharf, gut besetzt.
	255	2	32	237 sekundär durch Max. bestätigt.
	282	1	27	
65	303	1	21	
	363	1	30	
	386	1	23	Schwache Besetzung.
	474	1		
	498	2	24	Absteigender Alt gut.
	517	4	19	Gut besetzt. Kurve gut bestimmt.



## Epochen der MINIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche	G	Periode	Bemerkungen.
70	2 415 536	4	19	Scharfe, kurzperiodische Wellen.
	595	2	29.5	Große Amplitude, aufst. Aft gut.
	660	3	32.5	Absteigender Aft gut.
	259	1		Isolierte Beobachtung.
	298	2	39	Absteigender Aft gut.
75	460	2		
	484	2	24	
	504	4	20	Scharfes Minimum.
	528	2	24	Kurve etwas unsicher.
	578	4	25	Scharf, gut besetzt.
80	606	2	28	
	659	2	26.5	Doppelte Periode.
	689	2	30	Kurve säkular fallend.
	797	4		Gut ausgeprägt, ziemlich besetzt.
	820	2	23	Isolierte Beobachtung.
85	991	1		Auft. Aft gut. Große Amplitude.
	2 416 015	2	24	Gut besetzt.
	067	1		Kurve unsicher.
	239	2		
	268	4	29	Absteigender Aft sehr gut.
90	294	4	26	Scharf, kleine Amplitude.
	317	1	23	
	363	3	23	
	378	2	[15]	Scharfes Minimum, säkular steigend.
	410	2	32	Periode = $\frac{1}{2}(15 + 32)^2 = 23^2.5$ .
95	490	3		
	525	3	35	
	556	3	31	
	650	2		
	698	4	24	Scharfes Minimum; dopp. Per.
100	752	2	27	Deutlich, doch mäßig besetzt.
	915	4		
	945	4	30	
	996	2	25.5	Doppelte Periode.
	2 417 028	4	32	Kurve schließt sich gut an.
105	079	2	25.5	Doppelte Periode.
	125	4	23	Flaches Minimum, gut besetzt.
	150	1	25	Isolierte Beobachtung.
	210	1	30	
	255	2		Aufsteigender Aft gut.
110	287	3	32	Minimum gut, Epoche unsicher.
	421	3		
	462	2	20.5	Dopp. Periode, Kurve unsicher.
	525	1	28.5	Dopp. Periode.
	548	2	23	Aufsteigender Aft gut.
115	567	4		
	630	2	31.5	Dopp. Periode.
	664	4	34	Scharf, gut besetzt.
	700	2	36	Aufsteigender Aft.
	805	2		



### Epochen der MINIMA (Fortsetzung).

Lfd. Nr.	Epoche		Periode	Bemerkungen.
120	2 417 833	2	28	
	862	2	29	
	914	2		
	954	5		
	2 418 023	2		
125	120	2		
	150	3	30	
	200	1		
	216	2	33	
	243	3	27	
130	290	3	23.5	
	314	2	24	

#### Untersuchungen über die Periodizität des Lichtwechsels.

Die vorstehende Tafel IV enthält nicht weniger als 120 Epochen für die Phase des Maximums und 131 Epochen für die Phase des Minimums. Wichtiger noch als diese recht erhebliche Zahl der Einzelresultate ist jedoch die Tatsache, daß sich aus der Reihe der Maxima und Minima zahlreiche Gruppen unmittelbar folgender oder wenigstens nahe zusammenliegender Extremwerte derselben Art bilden lassen. Die ohne Zweifel bedeutende Unsicherheit in der Datierung des einzelnen Maximums oder Minimums läßt sich dann durch die Anwendung der Ausgleichsrechnung auf zusammenhängende Reihen solcher Extremwerte in wünschenswerter Weise vermindern. Obschon das Verfahren dem praktischen Rechner ziemlich geläufig ist, soll hier an einem allgemeinen Beispiel der Rechnungsmechanismus vorher auseinandergesetzt werden. Es seien also  $E_0, E_1, E_2, \dots, E_n$  eine Anzahl  $n + 1$  aus der Kurve abgelesener Werte für die Epochen des Maximums. Wäre der Kurvenverlauf streng periodisch und die Epochen ohne jeden Fehler, so müßte die Differenz  $E_i - E_{i-1} = p$  für jeden Index konstant gleich der Periodenlänge sein. Ebenso würde jede Epoche der Gleichung genügen

$$E = E_0 + i \cdot p$$

und somit könnte jede Epoche von der Nullepoche  $E_0$  ausgehend bei bekannter Periodenlänge extrapoliert werden. Tatsächlich zeigen aber die Größen  $E_i - E_{i-1}$  erhebliche Unterschiede, die zum Teil auf Beobachtungsfehler zurückzuführen sind, zum Teil aber auch reell sein können. Diesen letzteren Umstand verfolgen wir nicht weiter, sondern setzen die Periodenlänge als konstant voraus, berechnen also bei tatsächlich nicht konstanter Periode den mittleren Wert der Periodenlänge. Der einfachste



Weg die Einzelwerte für die Periode auszugleichen, wäre die Bildung des arithmetischen Mittels, also des Ausdruckes

$$p = \frac{1}{n} \sum_1^n (E_i - E_{i-1}) \cdot$$

Durch dieses Verfahren wurde jedoch dem Werte  $E_0$  keine relative Bedeutung genommen und  $E_0$  als fehlerfrei betrachtet, da offenbar durch wiederholte Addition des mittleren Periodenwertes sämtliche Epochen, ausgenommen  $E_0$ , verändert werden. Nimmt man, um zu große Zahlen zu vermeiden,  $E_0$  zum Ausgangspunkt der Tageszählung, so ist die Gleichung  $E_0 = 0$  ebenso gut nur bedingungsweise richtig, wie die Werte  $E_i$ . Es geht also neben der Periodenlänge  $p$  auch noch die Nullepoche  $E_0$  in die Ausgleichung ein. Es bedeute  $n_i$  die Differenz  $E_i - E_0$ , so ergeben sich folgende Bedingungsgleichungen, die alle den Anspruch auf Richtigkeit erheben:

$$\begin{aligned} E_0 &= 0 \\ E_0 + p &= n_1 \\ E_0 + 2p &= n_2 \\ \dots + \dots &= \dots \\ \dots + \dots &= \dots \\ E_0 + np &= n_n \end{aligned}$$

Diese  $(n + 1)$  Bedingungsgleichungen lassen sich nach den Entwicklungen der Ausgleichsrechnung auf folgende zwei sogenannte Normalgleichungen zurückführen:

$$\begin{aligned} (n + 1)E_0 + p \cdot \sum_{i=1}^n i &= \sum_{i=1}^n n_i \quad \text{und} \\ \sum_{i=1}^n i \cdot E_0 + p \cdot \sum_{i=1}^n i^2 &= \sum_{i=1}^n i \cdot n_i, \end{aligned}$$

die dann nach den Unbekannten  $E_0$  und  $p$  aufgelöst werden müssen.

Nach dem vorher entwickelten Verfahren wurde eine Reihe von Perioden- und Epochenwerte für bestimmte Gruppen gefunden. Eine Zusammenfassung des Gesamtmaterials zu einer einzigen Gruppe verbieten jedoch die leider vorhandenen großen Lücken durchaus.

In der folgenden Tafel V enthält die erste Spalte die Nummer des betreffenden Extremwertes aus Tafel IV, die zweite Spalte den zugehörigen beobachteten, die dritte den ausgeglichenen Wert; die vierte Spalte zeigt die nach der Ausgleichung übrig bleibenden Fehler in Tagen, und bei jeder Gruppe findet sich dann die berechnete Periodenlänge.



## Tafel Va.

### Bestimmung der Periodenlänge aus MAXIMIS.

Lfd. Nr.	Beobachtung	Rechnung	B-R	Periodenlänge
15	2 410 917	2 410 916,3	0,7	p = 30 <sup>d</sup> ,3
16	947	946,6	0,4	
17	974	976,9	- 2,9	
18	2 411 009	007,2	1,8	
22	2 411 326	2 411 329,0	- 3,0	p = 24 <sup>d</sup> ,5
23	353	353,5	- 0,5	
24	406	302,5	3,5	
33	2 412 428	2 412 431,2	- 3,2	p = 24 <sup>d</sup> ,5
34	458	455,7	2,3	
35	554	553,7	0,3	
36	579	578,2	0,8	
37	630	627,2	2,8	
38	673	676,2	- 3,2	
43	2 413 445	2 413 443,0	2,0	p = 28 <sup>d</sup> ,6
44	470	471,6	- 1,6	
45	526	527,8	- 1,8	
46	560	557,4	2,6	
51	2 413 822	2 413 826,4	- 4,4	p = 25 <sup>d</sup> ,3
52	850	851,7	- 1,7	
53	928	927,6	0,4	
54	960	952,9	7,1	
55	982	978,2	3,8	
58	2 414 130	2 414 130,0	0,0	
59	157	155,3	1,7	
60	205	205,9	- 0,9	
61	229	231,2	- 2,2	
75	2 415 588	2 415 592,0	- 4,0	p = 26 <sup>d</sup> ,6
76	620	618,6	+ 1,4	
77	650	645,2	+ 4,8	
78	674	671,8	+ 2,2	
79	694	698,4	- 4,4	
84	2 416 259	2 416 259,0	+ 0,0	p = 27 <sup>d</sup> ,8
85	289	286,8	+ 2,2	
86	308	314,6	- 6,6	
87	346	342,4	+ 3,6	
88	374	370,2	+ 4,2	
89	395	398,0	- 3,0	
97	2 417 013	2 417 012,7	0,3	p = 30 <sup>d</sup> ,6
98	043	043,3	- 0,2	
99	074	073,9	+ 0,1	
100	135	134,1	+ 0,9	
101	166	164,7	+ 1,3	



## Tafel Vb.

### Bestimmung der Periodenlänge aus MINIMIS.

Lfd. Nr.	Beobachtung	Rechnung	B-R	Periodenlänge
16	2 411 273	2 411 279,0	- 6,0	p = 222,6
17	304	301,6	+ 2,4	
18	329	324,2	+ 4,8	
19	349	346,8	+ 2,2	
20	393	392,0	+ 1,0	
21	412	414,6	- 2,6	
45	2 413 429	2 413 431,5	- 2,5	p = 272,6
46	463	459,1	+ 3,9	
47	512	514,3	- 2,3	
48	543	541,9	+ 1,1	
50	2 413 804	2 413 805,4	- 1,4	p = 282,6
51	838	834,0	+ 4,0	
52	868	862,6	+ 5,4	
53	916	919,4	- 3,4	
54	945	948,0	- 3,0	
55	970	976,6	- 6,6	
56	2 414 013	2 414 015,0	- 2,0	
75	2 415 460	2 415 459,7	+ 0,3	p = 242,4
76	484	484,1	- 0,1	
77	504	508,5	- 4,5	
78	528	532,9	- 4,9	
79	578	581,7	- 3,7	
80	606	606,1	- 0,1	
81	659	654,9	+ 4,1	
82	689	679,3	+ 9,7	
88	2 416 239	2 416 239	+ 0	p = 262
89	268	265	+ 3	
90	294	291	+ 3	
92	363	369	- 6	
101	2 416 915	2 416 915,0	+ 0	p = 272,2
102	945	942,2	+ 2,8	
103	996	996,6	- 0,6	
104	2 417 028	2 417 023,8	+ 4,2	
105	079	078,2	+ 0,8	
106	125	132,6	- 7,6	

### Die Ursachen des Lichtwechsels.

Die Untersuchungen der Lichtschwankungen von  $\alpha$  Cassiopeiae, wie sie aus den Beobachtungen von Plafmann folgen, zeigen immer das gleiche Bild: trotz bedeutender Unregelmäßigkeit im Einzelnen läßt sich der Kurve doch eine gewisse Regelmäßigkeit nicht absprechen. Das zeigt schon zur Genüge die große Zahl der abgeleiteten Extremwerte und die aus dem immerhin lücken-



haften Material aufzustellenden Gruppen mit den resultierenden Periodenwerten. Diese Periodenwerte selbst zeigen ebenfalls Unterschiede, die entweder zufällig oder reell sein können. Unter den zur Erklärung des Lichtwechsels heranzuziehenden Hypothesen dürften die Finsternis- oder Bedeckungshypothese, nach der die Lichtschwächungen eine Folge der partiellen Verfinsterung des Sternes durch einen Begleiter sind, von vornherein wohl ausgeschlossen werden, ebenso diejenige Annahme, die das Auftreten maximaler oder minimaler Lichtstärke durch Ebbe- und Flutwirkung in einer dichten Atmosphäre erklärt. Für beide Hypothesen ist die Lichtkurve zu unregelmäßig. Wahrscheinlicher ist die Annahme einer tatsächlichen Änderung der Leuchtkraft der Oberfläche, wie sie durch Bildung großer Schlackenfelder hervorgerufen werden kann. Die rote Farbe des Sternes legt ebenfalls diesen Gedanken nahe. Das Auftreten ausgedehnter Schlackenfelder, als deren winzige Abbilder wir die Sonnenflecke ansehen können, ist wahrscheinlich periodischer Natur wie das Auftreten der Sonnenflecke, ist aber unmöglich an eine Periode von nur 25—30 Tagen gebunden. Das kurzperiodische Element im Lichtwechsel wird offenbar durch Rotation des Sternes um eine zur Gesichtslinie fast senkrechte Axe hineingebracht. Die Schlackenfelder werden sich ähnlich den Sonnenflecken nicht regelmäßig verteilen, sondern an bestimmten Stellen sich ansammeln und den Beobachter bald hellere bald mit Schlacken bedeckte Oberflächenteile wahrnehmen lassen. Erhalten sich die dunklen Felder mehrere Rotationsperioden hindurch an der gleichen Stelle, so ist die Rotationsperiode der Periode des Lichtwechsels gleich. Bewegen sich die Felder im Sinne der Rotation bzw. der Rotation entgegen, so wird die Periode des Lichtwechsels verkürzt bzw. verlängert. Eigenbewegungen lassen sich auch bei Sonnenflecken nachweisen. Tritt an die Stelle einer einseitigen Ansammlung dunkler Felder eine Zweiteilung derselben, so treten kurze Schwankungen mit der halben Periodenlänge auf. Wäre der Kurvenverlauf über ein größeres Stück derselben hinreichend genau zu bestimmen, so ließe sich leicht ein Mittelwert für die Periodenlänge ermitteln, der dann mit der Dauer der Rotation identisch wäre. Die in der vorliegenden Arbeit entwickelten Werte für die Periodenlänge sind daher für die Rotationsdauer nur Näherungswerte und zwar stimmt die Größenänderung recht gut mit der für unsere Sonne geltenden Rotationsdauer überein.

Wegen Raummangels müssen wir uns hier auf diese kurzen Angaben beschränken und behalten uns vor, bei Fortsetzung der Untersuchung die nötigen Ausführungen auch über die Ursache des Lichtwechsels nachzutragen.

